वैद्युत आवेश तथा क्षेत्र

स्थिर वैद्युतकीय→ इसमे स्थिर आवेश एवं उसके प्रभावों का अध्ययन किया जाता है।

वैधुत आवेश → जब दो पदार्थों को आपस में रगडा जाता है तो ये पदार्थ हल्की-हल्की वस्तुओं को आकर्षित करने लगते है इस स्थिति मे ये पदार्थ आवेशमय या वैधुतमय कहलाते है। उदा० → काँच की छड एवं रेशम।

Note:- किसी वस्तु पर इलेक्ट्रानों की अधिकता या कमी को वैधुत आवेश कहते है।

1. यदि वस्तुओं पर इलेक्ट्रॉनों की अधिकता है तो वह ऋणावेशित होगी।
2. यदि वस्तुओं पर इलेक्ट्रानों की कमी है तो वह वस्तु धनावेशित होगी।

आवेश के प्रकार (Types of charge)

आवेश दो प्रकार के होते हैं:-

1. धावेश (Positive charge)= e^- की कमी
2. ऋणावेश (Negative charge) = e^- की अधिकता

Note:-

1. समान आवेश (धनावेश एवं धनावेश या ऋणावेश एवं ऋणावेश) एक दूसरे को प्रतिकर्षित करते है।
2. विपरीत आवेश (धनावेश एवं ऋणावेश) एक दूसरे को आकर्षित करते हैं।

वैद्युत आवेश का मात्रक (Unit of electric charge)

MKS पद्धति मे आवेश का मात्रक = कूलाम

विमा = [A][T] => [AT]

विमा = [AT]

$i=\frac{q}{t}$

$q= \frac{q}{t}$

$q= i \times t$

q= एम्पीयर x सेकंड

= कूलॉम

वैद्युत आवेश संरक्षण का नियम

इस नियम के अनुसार " आवेश को न तो उत्पन्न किया जा सकता है, और न ही नष्ट किया जा सकता है"। एक प्रकार के आवेश को दूसरे प्रकार के आवेश मे केवल परिवर्तित किया जा सकता है।

मूल आवेश(Fundamental Charge)

किसी आवेशित कण पर जितना न्यूनतम आवेश रह सकता है, उसे मूल आवेश कहते है। इसे 'e' से प्रदर्शित करते है।

$e = \pm 1.6 \times 10^{-19}$ C

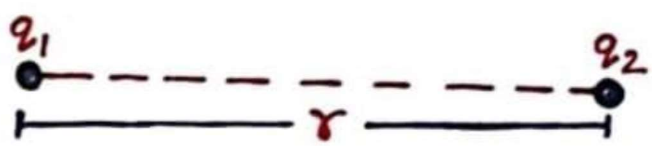
आवेश का क्वाण्टीकरण या परमाणुकता

आवेश को अनिश्चित रूप से विभाजित नही किया जा सकता। किसी आवेशित कण पर आवेश ± e, ± 2e, ± 3e...... हो सकता है, लेकिन इसकी

भिन्न के रूप में कभी नहीं हो सकता। इसे ही आवेश का क्वाण्टीकरण या परमाणुकता कहते हैं।

कूलाम का नियम (Coulomb's law)

इस नियम के अनुसार, "दो स्थिर बिन्दु आवेशों के बीच लगने वाला वैद्युत बल (आकर्षण या प्रतिकर्षण) उन आवेशो के परिमाणो के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती तथा उनके बीच के दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है।



माना कि q_1 व q_2 आवेश एक दूसरे से r दूरी पर स्थित हैं, तब इनके बीच लगने वाला वैद्युत बल –

$F \times \frac{q_1 . q_2}{r^2}$ $\quad\quad$ $F \times q_1 q_2$ --------(1)

$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$ $\quad\quad$ $F \times \frac{1}{r^2}$ -----------(2)

वायु अथवा निर्वात के लिए-

$K = \frac{1}{4\pi\epsilon^\circ}$ $\quad$ (ϵ° =वायु , निर्वात की विद्युतशीलता)

$\therefore \boldsymbol{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon^\circ} \frac{q_1 . q_2}{r^2}$ --------------(3)

पुनः वायु अथवा निर्वात के लिए-

$$K = 9.0 \times 10^9 \, \frac{N - m^2}{r^2}$$

$\therefore F = 9 \times 10^9 \dfrac{q_1 . q_2}{r^2}$

यदि दोनों बिन्दु आवेश किसी कुचालक माध्यम (जैसे- कागज, मोम, कांच) में स्थित हो तो-

$F_m = \frac{1}{4\pi\in^\circ K} . \frac{q_1 . q_2}{r^2}$ -------------(4)

जहां K= परावैद्युत माध्यम का परावैद्युतांक

समी° (3) व (4) से-

$$\frac{F}{F_m} = \frac{\frac{1}{4\pi \in^\circ} . \frac{q_1 . q_2}{r^2}}{\frac{1}{4\pi \in^\circ K} . \frac{q_1 . q_2}{r^2}}$$

$\frac{F}{F_m} = K$ या $(F = KF_m)$

$\in^\circ$ का आंकिक मान, मात्रक तथा विमीय सूत्र-

$\in^\circ$ का आंकिक मान

$$= 8.85 \times 10^{-2} \frac{C^2}{N^{-m^2}}$$

$\in^\circ$ का विमीय सूत्र

$$= M^{-1} L^{-3} T^4 A^2$$

Note:

1. माध्यम का परावैद्युतांक बढ़ने पर वैद्युत बल कम होने लगता है।

2.वैद्युत बल की प्रकृति आकर्षणात्मक अथवा प्रतिकर्षणात्मक होती है।

3.यदि दोनों आवेशित कणों को परस्पर स्पर्श कराकर हटा लिया जाये तो दोनों पर आवेश की मात्रा समान हो जाती है। अतः

$$Q_1 = Q_2 \frac{q_1 + q_2}{2}$$

4.यदि दोनों आवेशों के बीच का माध्यम कोई धातु हो तो $k=\infty$ होने के कारण उनके बीच आकर्षित बल शून्य हो जाता है।

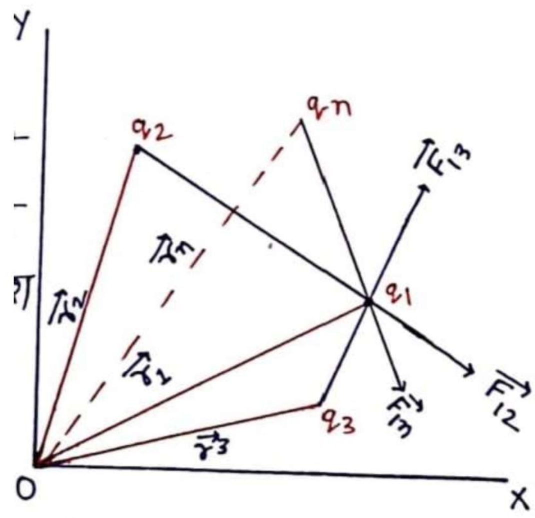
5. $F=\frac{1}{4\pi\in^\circ K}.\frac{q_1q_2}{r^2}$ में $\in^\circ K$ के स्थान पर $\in^\circ$ भी लिख सकते हैं। (जहाँ $\in$ परावैद्युत की वैद्युतशीलता है।)

इस प्रकार

$K= \frac{\in}{\in^\circ}$

बलो के अध्यारोपण का सिद्धान्त

इस नियम के अनुसार "किसी बिन्दु आवेश पर, अन्य सभी आवेशो के कारण लगने वाला परिणामी बल, उस बिन्दु आवेश पर प्रत्येक आवेश द्वारा लगाए गए सभी बलो का सदिश योग होता है।



$F_1= F_{12} + F_{13} +———+ F_{1n}$

माना किसी निकाय मे n आवेश q_1, q_2, q_3 ---q_n उपस्थित है तथा q_2,q_3 ---q_n सापेक्ष q_1 के स्थिति सदिश $\underset{r_{12}}{\rightarrow}$, $\underset{r_{13}}{\rightarrow}$ ---$\underset{r_{1n}}{\rightarrow}$तो q_1 पर अन्य सभी आवेशो द्वारा लगने वाला बैद्युत बल-

$$\underset{F_{12}}{\rightarrow} = \frac{1}{4\pi \in^\circ} . \frac{q_1 . q_2}{r_{12}^2} \widehat{r_{12}}$$

$$\underset{F_{13}}{\rightarrow} = \frac{1}{4\pi \in^\circ} . \frac{q_1 . q_2}{r_{13}^2} \widehat{r_{13}}$$

इस प्रकार

$$\underset{F_{1n}}{\rightarrow} = \frac{1}{4\pi \in^\circ} . \frac{q_1 . q_2}{r_{1n}^2} \widehat{r_{1n}}$$

अध्यारोपण के सिद्धांत से-

$$\underset{F_1}{\rightarrow} = \underset{F_{12}}{\rightarrow} + \underset{F_{13}}{\rightarrow} + ------\underset{F_{1n}}{\rightarrow}$$

$$\underset{F_1}{\rightarrow} = \frac{1}{4\pi \in^\circ} . \frac{q_1 . q_2}{r_{12}^2} \widehat{r_{12}} + \frac{1}{4\pi \in^\circ} . \frac{q_1 . q_2}{r_{13}^2} \widehat{r_{13}} + - -- \frac{1}{4\pi \in^\circ} . \frac{q_1 . q_2}{r_{1n}^2} \widehat{r_{1n}}$$

$$\underset{F_1}{\rightarrow} = \frac{q_1}{4\pi \in^\circ} [\frac{q_2}{r_{12}^2} \widehat{r_{12}} + \frac{q_3}{r_{13}^2} . \widehat{r_{13}} + --- + \frac{q_n}{r_{1n}^2} . \widehat{r_{1n}}]$$

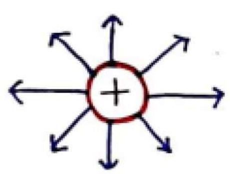
वैद्युत क्षेत्र (Electric Field)

किसी आवेश अथवा आवेशो के समुदाय के चारों ओर का वह क्षेत्र जिसमे किसी अन्य आवेशो को लाने पर उस पर आकर्षण या प्रतिकर्षण बल कार्य करता है, वैद्युत क्षेत्र कहलाता है।

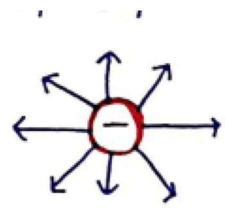
Note– वैद्युत क्षेत्र को वैधुत बल रेखाओ द्वारा प्रदर्शित करते हैं।

वैद्युत बल रेखाएँ (Electric lines of force)

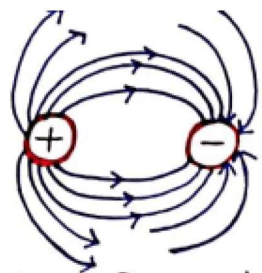
वैधुत बल रेखाएँ, वैद्युत क्षेत्र मे खीचा गया वह काल्पनिक एवं निष्कोण वक्र है, जो उस स्थान पर वैद्युत क्षेत्र का अविरल (लगातार) प्रदर्शन करती है।



(i) धनावेश की वैद्युत बल रेखाएँ



(ii) ऋणावेश की वैद्युत बल रेखाएँ



(iii) धनावेश एवं ऋणावेश की संयुक्त बल रेखाएँ

वैद्युत बल रेखाओ के गुण (properties of electric lines of force)

- वैधुत बल रेखाएँ धनावेश से निकलकर वक्र बनाती हुई ऋणावेश पर जाकर समाप्त हो जाती है।
- दो वैधुत बल रेखाएँ कभी भी एक दूसरे को नहीं काटती। अगर ये काटेगी तो कटान बिन्दु पर दो स्पर्श रेखाएँ होगी अर्थात वैद्युत बल की दो दिशाए होगी जो कि असंभव है।
- वैधुत बल रेखाओ का पास – पास होना प्रबल वैद्युत क्षेत्र को तथा वैद्युत बल रेखाओ का दूर – दूर होना दुर्बल बल रेखाओं को प्रदर्शित करता है।

वैद्युत बल रेखाओ एवं चुम्बकीय बल रेखाओ मे क्या अंतर है ?

- वैद्युत बल रेखाएँ धनावेश से निकलकर वक्र बनाती हुई ऋणावेश पर जाकर समाप्त हो जाती हैं, इस प्रकार वैधुत बल रेखाएँ बन्द वक्र नहीं बनाती।
- चुम्बकीय बल रेखाएँ एक बन्द वक्र बनाती हैं।

परीक्षण आवेश (Test charge)

बहुत ही छोटा आवेश जो स्थान पर वैधुत क्षेत्र को प्रभावित न करे, परीक्षण आवेश कहलाता है।

वैधुत क्षेत्र की तीव्रता (Intensity of Electric field)

वैद्युत क्षेत्र मे एकांक परीक्षण आवेश पर लगने वाले वैधुत बल को वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता कहते हैं। इसे 'E' से प्रदर्शित करते हैं।

यदि q0 परीक्षण आवेश पर लगने वाला वैधुत बल F हो तो वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता:-

$$E = \frac{F}{q^{\circ}}$$

मात्रक- $\frac{\text{न्यूटन}}{\text{कूलाम}}$ **या** $E = \frac{V}{d}$

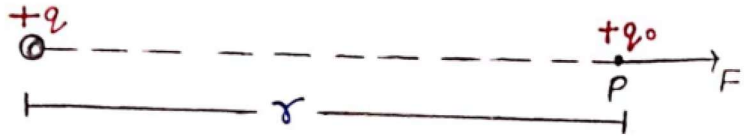
राशि:- सदिश राशि

विमीय सूत्र -

E का विमीय सूत्र= $\frac{[MLT^{-2}]}{(AT)}$

$= MLT^{-3}A^{-1}$

बिन्दु आवेश के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता



माना कि कोई बिन्दु आवेश +q किसी ऐसे परावैद्युत माध्यम मे स्थित है, जिसका परावैद्युतांक K है। इससे r दूरी पर कोई बिन्दु p है, जहाँ $+q^\circ$ परीक्षण आवेश रखा हुआ है। इसलिए दोनो आवेशो के बीच लगने वाला वैद्युत बल :-

कूलाम के नियम से-

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon^\circ K} \quad \frac{q1.q2}{r^2}$$

$F = \frac{1}{4\pi\epsilon^\circ K} \quad \frac{q.q^\circ}{r^2}$ या $\frac{F}{q^\circ} = \frac{1}{4\pi\epsilon^\circ K} \quad \frac{q}{r^2}$

लेकिन $\frac{F}{q^\circ} = E$ (वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता)

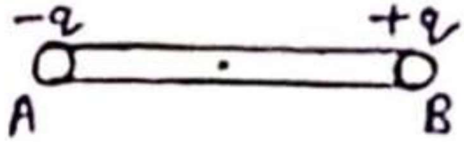
इसलिए $E = \frac{1}{4\pi\epsilon^\circ K} \quad \frac{q}{r^2}$

वायु अथवा निर्वात के लिए K=1

$\therefore \; E = \frac{1}{4\pi\epsilon^\circ} \quad \frac{q}{r^2}$ या $E = 9 \times 10^9 \frac{q}{r^2}$

वैद्युत द्विध्रुव (Electric Dipole)

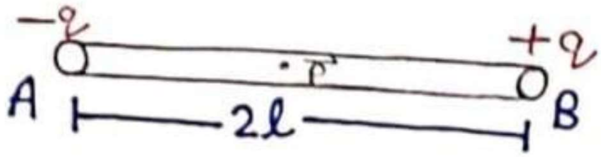
यदि दो बराबर तथा विपरीत आवेश एक दूसरे से अल्प दूरी पर स्थित हो तो इस संरचना को वैधुत विध्रुव कहते हैं।



Ex. = HCl, H_2O, NH_3 etc

वैधुत द्विध्रुव आघूर्ण (Electric Dipole Moment)

वैधुत द्विध्रुव मे किसी एक आवेश का परिमाण तथा दोनो आवेशो के बीच की दूरी के गुणनफल को वैधुत द्विध्रुव आघूर्ण कहते है। इसे 'p' से प्रदर्शित करते हैं।



$p = q \times 2l$

मात्रक = कूलाम- मीटर

विमा = [AT] [L]

= [LTA]

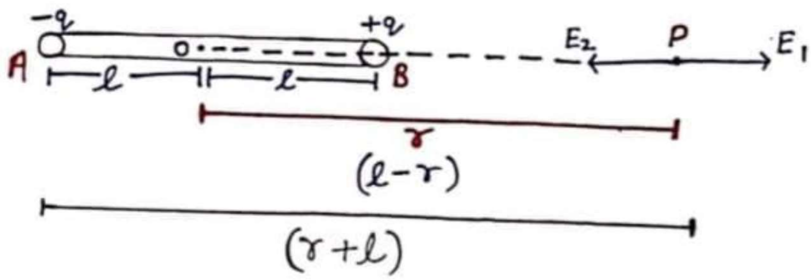
राशि = सदिश

दिशा = वैधुत द्विध्रुव की अक्ष के अनुदिश ऋणावेश से धनावेश की ओर।

वैधुत द्विध्रुव आघूर्ण के कारण वैधुत क्षेत्र की तीव्रता

- (A) अक्षीय स्थिति या अनुदैर्ध्य स्थिति
- (B) निरक्षीय स्थिति या अनुप्रस्थ स्थिति

(A) अक्षीय स्थिति या अनुदैर्ध्य स्थिति



माना की एक वैधुत द्विध्रुव AB किसी ऐसे परावैद्युत माध्यम मे स्थित है, जिसका परावैद्युतांक K है। इसके मध्य बिन्दु 0 से r दुरी पर कोई बिन्दु P है, जहाँ वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।

+q आवेश के कारण बिन्दु P पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता -

$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon^{\circ}K} \frac{q}{(r-l)^2}$ ---------(1) (दिशा B से P की ओर)

-q आवेश के कारण बिन्दु P पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता-

$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon^{\circ}K} \frac{q}{(r+l)^2}$ ---------(2) (दिशा P से A की ओर)

∴ बिन्दु P पर परिणामी वैधुत क्षेत्र की तीव्रता-

$\therefore E_1 > E_2$

$\therefore E = E_1 - E_2$

$= \frac{1}{4\pi\varepsilon^{\circ}K}\frac{q}{(r-l)^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon^{\circ}K}\frac{q}{(r+l)^2}$

$= \frac{q}{4\pi\varepsilon^{\circ}K}[\frac{1}{(r-l)^2} - \frac{1}{(r+l)^2}]$

$= \frac{q}{4\pi\varepsilon^{\circ}K}[\frac{(r+l)^2}{(r-l)^2} - \frac{(r-l)^2}{(r+l)^2}]$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon^{\circ}K} \frac{(r^2+l^2+2rl-(r^2+l^2-2rl)}{(r^2-l^2)2}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon^{\circ}K} \left[\frac{4rl}{(r^2-l^2)^2}\right]$$

$\therefore l <<< r$

$\therefore l^2$ को नगणय मानने पर

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon^{\circ}K} \frac{4rl}{(r^2-0)^2} => \frac{q}{4\pi\varepsilon^{\circ}K} \frac{4rl}{r^2}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon^{\circ}K} \frac{2q+2l}{r^3}$$

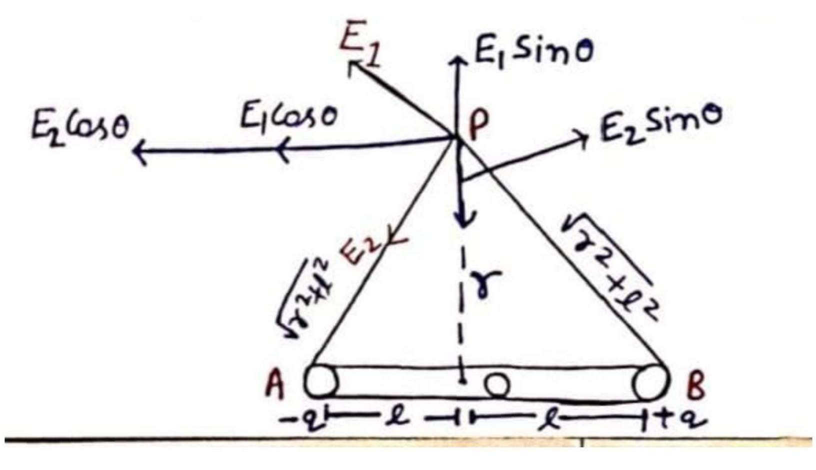
लेकिन- q x 2l= p (वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण)

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon^{\circ}K} \frac{2P}{r^3}$$

वायु अथवा निर्वात के लिए- k=1

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon^{\circ}K} \frac{2P}{r^3} \text{ या } E = 9 \times 10^9 \frac{2P}{r^3}$$

(B) निरक्षीय स्थिति या अनुप्रस्थ स्थिति-



माना की कोई वैद्युत द्विध्रुव AB किसी ऐसे परावैद्युत माध्यम मे स्थित है, जिसका परावैद्युतांक K है, इसके मध्य बिन्दु O से लंबअर्धक पर r दूरी पर कोई बिन्दु P है, जहाँ वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।

+q आवेश के कारण बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता -

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon^\circ K} \frac{q}{(\sqrt{r^2 + l^2)^2}}$$

$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon^\circ K} \frac{q}{(r^2+l^2)}$ -----------(1) (दिशा B से P की ओर)

-q आवेश के कारण बिन्दु P पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता-

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon^\circ K} \frac{q}{(\sqrt{r^2 + l^2)^2}}$$

$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon^\circ K} \frac{q}{(r^2+l^2)}$ -----------(2) (दिशा P से A की ओर)

E_1 व E_2 को लम्बवत व क्षैतिज घटको मे बाटा गया है। E_1 व E_2के लम्बवत घटक क्रमशः $E_1 sin\theta$ व $E_2 sin\theta$ है। तथा क्षैतिज घटक क्रमशः $E_1 cos\theta$ व $E_2 cos\theta$ है। लम्बवत घटक परिमाण मे बराबर तथा दिशा मे विपरीत है और इनकी क्रिया रेखाएँ भी एक है, इसलिए यह एक दूसरे को निरस्त कर देगे, इसलिए बिन्दु P पर परिणामी वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता क्षैतिज घटको के कारण होगी।

∴ बिन्दु P पर परिणामी वैधुत क्षेत्र की तीव्रता-

$E = E_1 cos\theta + E_2\, cos\theta$

But- $cos\theta = \frac{A}{K} = \frac{l}{\sqrt{r^2+l^2}}$

$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\varepsilon^\circ K}\frac{q}{(r^2+l^2)}\cdot\frac{l}{\sqrt{r^2+l^2}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon^\circ K}\frac{q}{(r^2+l^2)}\cdot\frac{l}{\sqrt{r^2+l^2}}$$

या, $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon^\circ K}\frac{q.l}{(r^2+l^2)} 1 + \frac{1}{2}(1+1)$

या, $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon^\circ K}\frac{q.2l}{(r^2+l^2)}\frac{3}{2}$

$\therefore l \ll r$

$\therefore l^2$ को नगणय मानने पर

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon^\circ K}\frac{q.2l}{(r^2)}\frac{3}{2}$$

But- q.2l = p (E.d.m.)

$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\varepsilon^\circ K}\frac{P}{r^3}$$

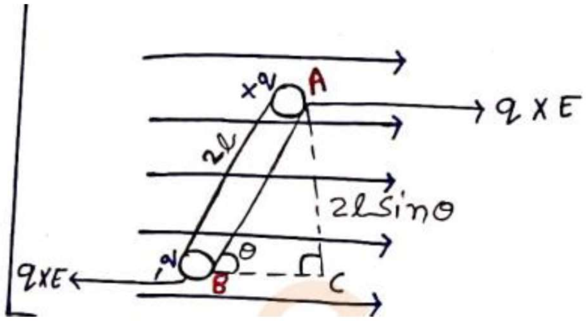
वायु अथवा निर्वात के लिए-

k=1

$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\varepsilon^\circ K}\frac{P}{r^3}$$

या, $E = 9.0 \times 10^9 \frac{P}{r^3}$

एक समान वैधुत क्षेत्र में स्थित वैधुत द्विध्रुव पर लगने वाले बलयुग्म का आघूर्ण-



माना कि एक वैद्युत द्विध्रुव AB, +q व -q आवेशो से मिलकर बना है। +q आवेश पर वैद्युत बल $q \times E$ वैद्युत क्षेत्र की दिशा मे तथा - q आवेश पर वैद्युत बल $q \times E$ वैद्युत क्षेत्र E के विपरीत दिशा में कार्यरत है।

दोनो बल परिमाण मे बराबर लेकिन दिशा मे विपरीत है तथा इनकी क्रिया रेखाएँ भी एक नहीं है, इसलिए यह एक बलयुग्म की रचना करेगे।

∴ बलयुग्म का आघूर्ण-

बलयुग्म के आघूर्ण का सूत्र τ = बल $\times$ बलो के बीच लम्बवत दूरी

$\tau = q \times E \times 2l sin\theta$

But- $q \times 2l = p$

$\tau = PE \, sin\theta$

यदि- $\theta = 90°$ हो तो

τ max= PE $sin 90°$

τ max= PE

वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण (Elictric Dipole Moment)-

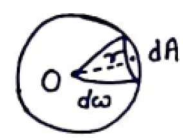
$\tau = PE \sin\theta$

यदि $E = 1$ एवं $\theta = 90°$ हो तो

$[\tau = P]$

अतः किसी वैद्युत द्विध्रुव का आघूर्ण उस बल युग्म के आघूर्ण के बराबर होता है जो एकांक व एक समान वैद्युत क्षेत्र मे वैद्युत द्विध्रुव को क्षेत्र के लम्बवत रखने के लिए वैद्युत द्विध्रुव पर कार्य करता है।

घनकोण (Solid Angle)- किसी गोलीय पृष्ठ का क्षेत्रफल गोले के केन्द्र पर जितना कोण अंतरित होता है, उसे उस पृष्ठ द्वारा केन्द्र पर बना घनकोण कहते हैं। इसे 'ω' से प्रदर्शित करते हैं।



यदि dA क्षेत्रफल द्वारा केन्द्र पर अंतरित घनकोण

$d\omega$ हो तो

$$d\omega = \frac{dA}{r^2}$$

मात्रक - स्टेरेडियन

1 स्टेरेडियनः- यदि $dA = r^2$ हो तो

$$d\omega = \frac{r^2}{r^2} = 1 \text{ स्टेरेडियन}$$

अतः 1 स्टेरेडियन वह घनकोण है जो त्रिज्या के वर्ग के बराबर क्षेत्रफल केन्द्र पर अंतरित करता है।

गोले के सम्पूर्ण पृष्ठ के लिए – dA= $4\pi r^2$

$\therefore \omega = \frac{4\pi r^2}{r^2} = 4\pi$ स्टेरेडियन

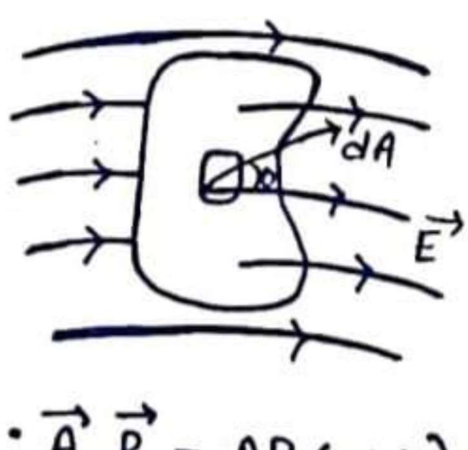
अतः गोले का सम्पूर्ण क्षे० फ० केन्द्र पर 4π घनकोण अंतरित करता है।

वैधुत फ्लक्स की अवधारणा

वैधुत फ्लक्स वैधुत क्षेत्र का गुण होता है। किसी वैधुत क्षेत्र में किसी काल्पनिक पृष्ठ पर वैधुत फ्लक्स उस पृष्ठ से गुजरने वाली वैधुत बल रेखाओ की संख्या की माप होती है। इसे Φ_E से प्रदर्शित करते है। –

वैधुत फ्लक्स की परिभाषा

माना कि किसी वैधुत क्षेत्र E मे कोई लघु क्षे० फ० dA है, तब है, $\vec{E}\,.\,\vec{dA}$ के अदिश गुणन को क्षे०फ० dA से गुजरने वाला वैधुत फ्लक्स कहते है।



$(\because \vec{A}.\vec{B} = AB\cos\theta)$

$d\Phi_E = \underset{E}{\rightarrow} . \underset{dA}{\rightarrow}$

$$\phi_E = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$\phi_E = \int_A EdA\cos\theta$$

$$= E\cos\theta \int_A dA$$

But $\int_A dA = A$

$\emptyset E = EA\cos\emptyset$

मात्रक = $\frac{N}{C} \times m^2$ या वोल्ट / मीटर × मीटर^2 = वोल्ट - मीटर

Φ_E का विमीय सूत्र = $\frac{[MLT^{-2}]\,[L^2]}{[AT]}$ = [$ML^3T^{-3}A^{-1}$]

राशि = अदिश राशि

Note:-

1. यदि वैद्युत बल रेखाएँ पृष्ठ के अंदर प्रवेश कर रही है तो वैधुत फ्लक्स ऋणात्मक होगा ।
2. यदि वैद्युत बल रेखाएँ पृष्ठ से बाहर निकल रही है तो वैधुत फ्लक्स ऋणात्मक होगा।

विभिन्न प्रकार के आवेश घनत्व

आवेश घनत्व तीन प्रकार के होते हैं।

(i) रेखीय आवेश घनत्व – किसी चालक तार की एकांक लम्बाई पर वितरित आवेश को रेखीय आवेश घनत्व कहते हैं। इसे λ (लामडा) से प्रदर्शित करते हैं।

यदि किसी चालक तार की लम्बाई l पर वितरित आवेश q हो तो रेखीय आवेश घनत्व

$$\lambda = \frac{q}{l}$$

मात्रक = कूलाम / मीटर

(ii) आवेश का पृष्ठ घनत्व - किसी चालक के एकांक पृष्ठ क्षे.फ. पर वितरित आवेश को 'आवेश का पृष्ठ घनत्व' कहते है। इसे (σ) सिग्मा से प्रदर्शित करते है। यदि चालक के A पृष्ठ क्षे० फ० पर वितरित q हो तो

आवेश का घनत्व $\sigma = \frac{q}{A}$

मात्रक = कूलाम / मीटर^2

(iii) आवेश का आयतन घनत्व – किसी चालक के एकांक आयतन मे वितरित आवेश को 'आवेश का आयतन घनत्व' कहते है। इसे 'ρ' (रो) से प्रदर्शित करते हैं। यदि किसी चालक के V आयतन में वितरित आवेश q हो तो

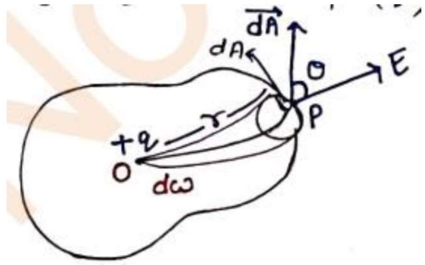
आवेश का आयतन घनत्व $p = \frac{q}{v}$

मात्रक = कूलाम / मीटर^3

गॉस की प्रमेय- इस प्रमेय के अनुसार, "किसी बंद पृष्ठ से गुजरने वाला वैधुत फ्लक्स उस पृष्ठ द्वारा परिवृद्ध कुल आवेश (q) का 1/E0 गुना होता है।

$$\emptyset E = q \times \frac{1}{\epsilon^\circ}$$

$$\emptyset E = \frac{q}{\epsilon^\circ}$$



उत्पत्ति (Proof) - माना कि एक बिन्दु आवेश +q एक बंद पृष्ठ के अन्दर 0 बिन्दु पर स्थित है, इससे r दूरी पर कोई बिन्दु P है, जहाँ $\underset{E}{\rightarrow}$ व $\underset{dA}{\rightarrow}$ के बीच का कोण θ है।

$\therefore$ dA क्षे.फ. से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स –

$$d\emptyset E = \underset{E}{\rightarrow}.\underset{dA}{\rightarrow}$$

$$= EdA \cos\theta$$

But- $E = \frac{1}{4\pi\epsilon^\circ}\frac{q}{r^2}$

$$\therefore\ d\emptyset E = \frac{q}{4\pi\epsilon^\circ}\frac{dA\cos\theta}{r^2} \text{ ------------(1)}$$

But- $\frac{dA\cos\theta}{r^2} = d\omega$

$$\therefore\ d\emptyset E = \frac{q}{4\pi\epsilon^\circ} \times d\omega$$

सम्पूर्ण पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स-

$$\emptyset E = \oint \frac{q}{4\pi\epsilon^\circ} \times d\omega$$

या $\emptyset E = \frac{q}{4\pi\epsilon^\circ}\oint d\omega$

But- $\oint d\omega = 4\pi$

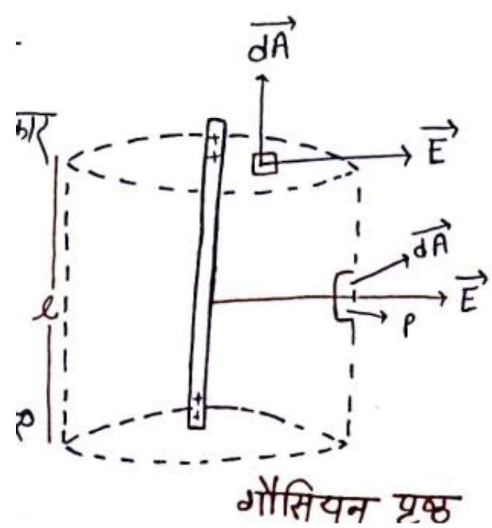
$\emptyset E = \frac{q}{4\pi\epsilon^\circ} \times 4\pi$

$\emptyset E = \frac{q}{\epsilon^\circ}$ यही गौस की प्रमेय है।

गौस की प्रमेय के अनुप्रयोग-

माना कि अनंत लम्बाई के एक समान आवेशित तार के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता- माना कि अनंत लम्बाई का एक समान आवेशित तार है जिसका रेखीय आवेश घनत्व λ है। जिसके चारो ओर । लम्बाई का बेलनाकार, गौसियन पृष्ठ खीचा गया है।

$\lambda = \frac{q}{l}$ या $q = \lambda l$



तार से r दूरी पर कोई बिन्दु P है, जहां $\underset{E}{\rightarrow}$ व $\underset{dA}{\rightarrow}$ के बीच का कोण θ° है। इसलिए dA क्षेत्र से गुजरने वाला वैद्युत फलक्स-

$d\emptyset E = \underset{E}{\rightarrow}.\underset{dA}{\rightarrow}$

$= EdA \cos\theta$

= EdA co -------(1)

गौसियन पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स-

$$\phi_E = \int_A E\,dA$$
$$= E\int_A dA$$

But $\int_A dA = 2\pi rl$ (बेलन के वक्र पृष्ठ का क्षे०) $\therefore \emptyset E = E \times 2\pi rl$

लेकिन सपाट पृष्ठों के लिए-

$d\emptyset E = EdA\cos 90°$

= 0

गौसियन पृष्ठ से गुजरने वाला सम्पूर्ण वैद्युत फ्लक्स-

$\emptyset E = E \times 2\pi rl$ ---------(2)

लेकिन गौस प्रमेय से - $\emptyset E = \frac{q}{\varepsilon°}$ -------------(3)

समी० (2) व (3) से-

$E \times 2\pi rl = \frac{q}{\varepsilon°}$

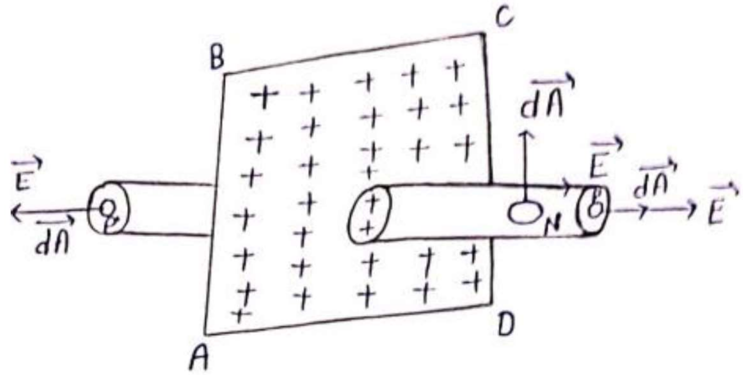
$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon°}\frac{q}{rl}$ But- q= λl

$\therefore E = \frac{1}{2\pi\varepsilon°}\frac{\lambda l}{rl}$

$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon°}\frac{\lambda}{l}$

$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon°}\frac{2\lambda}{r}$ या $E = 9 \times 10^9\,\frac{2\lambda}{r}$

अनन्त विस्तार की समतल आवेशित 'अचालक चादर के निकट वैद्यूत क्षेत्र की तीव्रता-



यदि कोई आवेश q किसी पृष्ठ के क्षेत्रफल A पर समान रूप से वितरित हो, तो उस पृष्ठ के प्रति एकांक क्षे.फ. पर विद्यमान आवेश को पृष्ठ आवेश घनत्व अथवा आवेश का पृष्ठ घनत्व कहते है। तथा इसे प्रायः σ (सिग्मा) से प्रदर्शित करते है। अतः किसी आवेशित पृष्ठ पर आवेश का पृष्ठ घनत्व $\sigma = \frac{q}{A}$

माना कि अनन्त विस्तार की एकसमान धन- आवेशित 'अचालक' समतल शीट के एक तल पर, आवेश का पृष्ठ घनत्व σ है। शीट का यह तल आवेश की एक समतल चादर है।

अनन्त विस्तार की एकसमान धन आवेशित अचालक समतल चालक के निकट चादर से दूरी पर एक बिन्दु P है जिस पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।

माना कि चादर के दूसरी ओर, बिन्दु P के सममित बिन्दु 'P' है हम चादर के आर पार एक गौसियन बेलन की कल्पना करते है जिसके समतल सिरे चादर के समान्तर है तथा बिन्दुओ P व P' मे से गुजरते है। माना कि इस बेलन के प्रत्येक सिरे का क्षेत्रफल A है।

बेलन के दोनों सिरो से होकर जाने वाला वैद्युत फ्लक्स-

$$\phi_E = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

जहाँ $\underset{dA}{\rightarrow}$, समतल सिरो पर क्षे०- वेक्टर हैं। चूंकि $\underset{E}{\rightarrow}$ व $\underset{dA}{\rightarrow}$ समान्तर हैं, अतः $\underset{E}{\rightarrow}.\underset{dA}{\rightarrow} = EdA$ इस प्रकार है।

$$\phi_E = \int_A E\,dA + \int_A E\,dA$$

$$= EA + EA = 2EA$$

गौसियन बेलन के वक्रीय पृष्ठ से होकर जाने वाला वैद्युत फ्लक्स शून्य है क्योंकि इस पृष्ठ पर सभी जगह $\underset{E}{\rightarrow}$ व $\underset{dA}{\rightarrow}$ परस्पर लम्बवत् है। अतः गौसियन बेलन से गुजरने वाला सम्पूर्ण वैद्युत फ्लक्स-

$\emptyset E = 2EA$-----------(1)

परन्तु गौस की प्रमेय से, $\emptyset E = \frac{q}{\varepsilon^\circ}$, जहाँ q, बन्द गौसियन बेलन द्वारा परिबद्ध सम्पूर्ण आवेश है।

जहाँ $q = \sigma A$, अतः

$\emptyset E = \frac{\sigma A}{\varepsilon^\circ}$ -------(2)

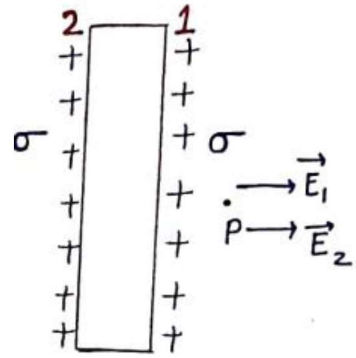
समीकरण (1) व (2) की तुलना करने पर

$2EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon^\circ}$

$2E = \frac{\sigma}{\varepsilon^\circ} = E = \frac{\sigma}{2\varepsilon^\circ}$

इसमे r नहीं है। इसका अर्थ है कि चादर के निकट, सभी बिन्दुओ पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता समान है।

आवेशित चालक के ठीक बाहर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता-



माना की अनंत विस्तार एवं निश्चित लघु मोटाई की एक धन आवेशित समतल चालक प्लेट निर्वात अथवा वायु मे स्थित है। माना कि चालक प्लेट के एक ओर ठीक बाहर एक बिन्दु P है, जिस पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है। चूंकि प्लेट के भीतर कोई आवेश नही है, अतः इस प्लेट को आवेश की दो समतल चादरों । व 2 के तुल्य माना जा सकता है। बिन्दु P पर चादर । के कारण वैद्युत क्षेत्र $\underset{E1}{\rightarrow}$ की तीव्रता-

$E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon^\circ}$ ----------(1)

इसी प्रकार, बिन्दु P पर चादर 2 के कारण वैद्युत क्षेत्र-

$E_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon^\circ}$ ----------(2)

$\therefore \underset{E_1}{\rightarrow}$ व $\underset{E_2}{\rightarrow}$ एक ही दिशा में है

$\therefore$ बिन्दु P पर दोनो चादरों के कारण परिणामी वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता-

$\underset{E}{\rightarrow} = \underset{E_1}{\rightarrow} + \underset{E_2}{\rightarrow}$

वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता का परिमाण- $E = E_1 + E_2$

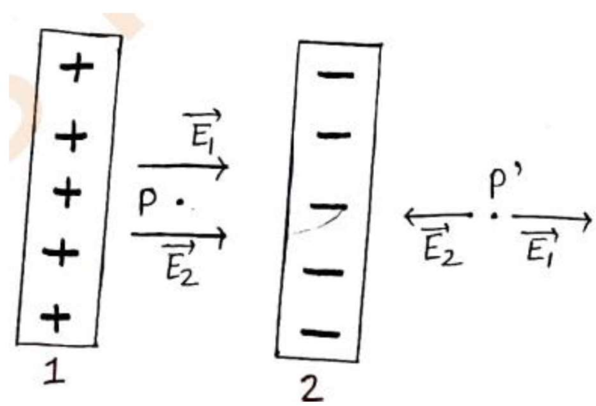
$= \frac{\sigma}{2\varepsilon^\circ} + \frac{\sigma}{2\varepsilon^\circ}$

$E = \frac{\sigma}{\varepsilon^\circ}$

धन आवेशित चालक प्लेट के कारण वैद्युत क्षेत्र $\underset{E}{\rightarrow}$ की दिशा प्लेट के लम्बवत तथा प्लेट से दूर की ओर दिष्ट है। प्लेट ऋणावेशित हो तब क्षेत्र की दिशा प्लेट के लम्बवत तथा प्लेट की ओर दिष्ट होगी।

Note- उपरोक्त सूत्र से स्पष्ट है कि अनंत विस्तार के आवेशित चालक के निकट किसी बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता चालक के क्षेत्रफल अथवा चालक से इस बिन्दु की दूरी पर निर्भर नही करती। इसका अर्थ है कि चालक के निकट सभी बिन्दुओ पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता समान होती है।

समान पृष्ठ घनत्व की धन तथा ऋण आवेशित समांतर अचालक प्लेटो के बीच तथा बाहर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता -



माना की दो बड़ी व समतल 'अचालक प्लेटें । व 2 जो कि क्रमशः धन तथा ऋण आवेशित है, वायु अथवा निर्वात मे एक दूसरे के समांतर आमने सामने रखी है। तथा प्रत्येक प्लेट पर आवेश का पृष्ठ घनत्व σ है।

$\therefore E = \frac{\sigma}{2\varepsilon^\circ}$ (जहाँ ε° निर्वात की वैद्युतशीलता)

वैद्युत क्षेत्र की दिशा प्लेट के लम्बवत, प्लेट से दूर (यदि प्लेट धन आवेशित हैं) अथवा प्लेट की ओर को (यदि प्लेट ऋण आवेशित हैं) होती हैं।

$E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon^\circ}$ ----------------(1) (प्लेट 1 से दूर)

इसी प्रकार बिन्दु P पर ऋण आवेशित प्लेट 2 के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता-

$E_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon^\circ}$ ----------------(2) (प्लेट 2 की ओर)

चूंकि E_1 व E_2 एक ही दिशा मे हैं।

$\therefore E = E_1 + E_2$

$= \frac{\sigma}{2\varepsilon^\circ} + \frac{\sigma}{2\varepsilon^\circ}$ या $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon^\circ}$

बिन्दु ‘p’ परं

$E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon^\circ}$ ----------------(1) (प्लेट 2 से दूर)

$E_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon^\circ}$ ----------------(2) (प्लेट 2 की ओर)

$\therefore E_1$ व E_2 विपरीत दिशाओं मे हैं।

$\therefore E = E_1 - E_2$

$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon^\circ} - \frac{\sigma}{2\varepsilon^\circ}$ या, $[E = 0]$

प्लेटो के बीच विभवांतर-

$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon^\circ}$ ----------------(1)

$E = \frac{V}{d}$ ----------------(2)

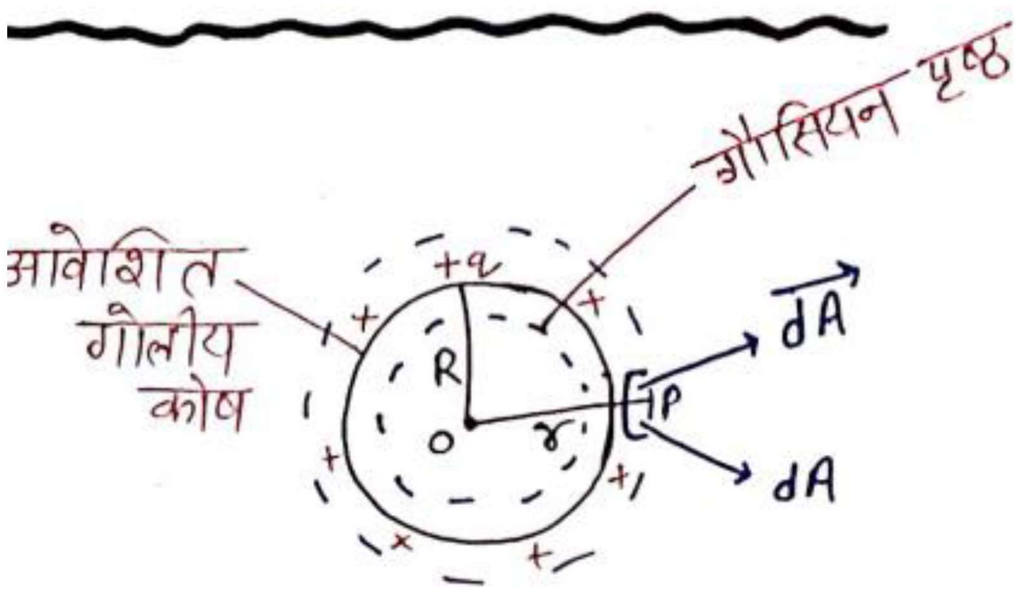
समीकरण (1) व (2) से-

$$\frac{V}{d} = \frac{\sigma}{2\varepsilon^{\circ}}$$

या, $V = \frac{\sigma d}{\varepsilon^{\circ}}$

आवेशित गोलीय कोष के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता-

माना कि R त्रिज्या का कोई गोलीय कोष है, जिसे + q आवेश दिया गया है। वह आवेश इसके पृष्ठ पर एक समान रूप से फैल जायेगा।



(A) बाह्य बिन्दु पर - माना कि गोलीय कोष से बाहर केन्द्र से r दूरी पर कोई बिन्दु P जहाँ वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है। बिन्दु P पर $\underset{E}{\rightarrow}$ तथा $\underset{dA}{\rightarrow}$ के बीच का कोण 0° है।

∴ dA क्षेत्रफल से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स –

$d\emptyset_E = \underset{E}{\rightarrow} . \underset{dA}{\rightarrow}$

$= EdA\ cos\theta$

$(\therefore \underset{A}{\rightarrow} . \underset{B}{\rightarrow} = AB\ cos\theta)$

But $\theta = 0$

$\therefore\ d\emptyset_E = EdA$ -------------(1)

इसलिए सम्पूर्ण पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स-

$$\oint d\emptyset E = \oint EdA$$

$\emptyset E = E \times 4\pi r^2$ ---------------(2)

लेकिन गौस की प्रमेय से $\emptyset E = \frac{q}{\varepsilon^\circ}$ -------------(3)

समी० (2) व (3) से –

$E \times 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon^\circ}$

$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon^\circ}\frac{q}{r^2}$ ----------------(4)

यदि आवेश घनत्व पृष्ठ σ हो तो

$\sigma = \frac{q}{A}$ या, $q = \sigma \times A$

$q = \sigma \times 4\pi R^2$ ---------------(5)

समी० (4) व (5) से –

$E = \frac{1}{\varepsilon^\circ}\ \frac{\sigma\times R^2}{r^2}$

$E = \frac{\sigma}{\varepsilon^\circ}\ \frac{R^2}{r^2}$ ---------------(6)

(B) पृष्ठ पर :-

$r = R$

$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\varepsilon^\circ}\frac{q}{R^2}$$

यदि आवेश का पृष्ठ घनत्व σ हो तो-

$\sigma = \frac{q}{A}$ या, $q = \sigma \times A$

$= \sigma \times 4\pi R^2$

$\therefore E = \frac{1}{\varepsilon^\circ} \sigma$

$E = \frac{\sigma}{\varepsilon^\circ}$

(c) आंतरिक बिन्दु पर-

$\emptyset E = E \times 4\pi r^2$ ---------------(1)

गॉस की प्रमेय से-

$\emptyset E = \frac{0}{\varepsilon^\circ} = 0$ -------------(2)

समी (1) व (2) से-

$E \times 4\pi r^2 = 0$

या E = 0

अतः स्पष्ट है कि गोलीय कोष के अंदर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता शून्य होती है।